

SULIT

13



BAHAGIAN PEPERIKSAAN DAN PENILAIAN  
JABATAN PENDIDIKAN POLITEKNIK  
KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI

JABATAN MATEMATIK, SAINS DAN KOMPUTER

PEPERIKSAAN AKHIR  
SESI JUN 2015

**DBM2023: DISCRETE MATHEMATICS**

**TARIKH : 21 OKTOBER 2015**  
**MASA : 8.30 AM - 10.30 AM (2 JAM)**

---

Kertas ini mengandungi **TUJUH BELAS (17) halaman bercetak.**

Bahagian A: Struktur (3 soalan, jawab 2 soalan)

Bahagian B: Struktur (3 soalan, jawab 2 soalan)

Dokumen sokongan yang disertakan : Kertas Graf, Formula dsb / Tiada

---

**JANGAN BUKA KERTAS SOALANINI SEHINGGA DIARAHKAN**

(CLO yang tertera hanya sebagai rujukan)

SULIT



**SECTION A : 50 MARKS**

**BAHAGIAN A : 50 MARKAH**

**INSTRUCTION:**

This section consists of THREE (3) questions. Answer TWO (2) questions only.

**ARAHAN :**

*Bahagian ini mengandungi TIGA (3) soalan. Jawab DUA (2) soalan sahaja.*

**QUESTION 1**

**SOALAN 1**

CLO1  
C1

- a) Identify whether each of the sentence is a proposition or not a proposition.

*Kenalpasti samada setiap ayat tersebut merupakan pernyataan atau bukan pernyataan.*

- i. Azira is Salmah's bestfriend [1 marks]

*Azira ialah kawan baik Salmah* [1 markah]

- ii. Next month is January [1 marks]

*Bulan depan ialah bulan Januari* [1 markah]

- iii. Why do you cry dear? [1 marks]

*Kenapa awak menangis sayang?* [1 markah]

- iv. Pulau Pinang is one of the most wonderful places to visit [1 marks]

*Pulau Pinang adalah salah satu tempat menarik untuk dikunjungi*

[1 markah]

- v. Stop the car! [1 marks]

*Hentikan kereta!* [1 markah]

- CLO1      b) Given  $p$ ,  $q$  and  $r$  be the propositions:  
 C2                   $p$  : You have a flu  
                        $q$  : You miss the final examination  
                        $r$  : You pass the course  
                      Express each of the following propositions in English sentences.

*Diberi  $p$ ,  $q$  dan  $r$  sebagai pernyataan:*

- $p$  : *Anda mengalami selesama*  
 $q$  : *Anda gagal hadir peperiksaan akhir*  
 $r$  : *Anda lulus kursus tersebut*

*Nyatakan setiap pernyataan berikut di dalam ayat bahasa Inggeris.*

i.      $p \wedge (q \leftrightarrow r)$  [2 marks]

[2 markah]

ii.      $(\sim r \vee p) \rightarrow q$  [3 marks]

[3 markah]

- CLO3      c) Given the following statements:  
 C3                  S: Hafifah loves discrete mathematics  
                       T: Hafifah spends at least one hour to study discrete mathematics  
                       W: Hafifah gets an A in her final exam

Determine the rules of inference applied for each argument.

*Diberi pernyataan seperti di bawah:*

*S: Hafifah suka matematik diskrit*

*T: Hafifah meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk  
 belajar  
 matematik diskrit*

*W: Hafifah mendapat A dalam peperiksaan akhir*

Tentukan hukum ketaakulan yang diaplikasikan dalam setiap hujah.

- i. Hafifah loves discrete mathematics or she spends at least one hour to study discrete mathematics. Hafifah does not love discrete mathematics. Therefore she spend at least one hour to study discrete mathematics.

*Hafifah suka matematik diskrit atau dia akan meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk belajar matematik diskrit. Hafifah tidak suka matematik diskrit. Oleh itu dia akan meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk belajar matematik diskrit.*

[3 marks]

[3 markah]

- ii. If Hafifah loves discrete mathematics, then she spends at least one hour to study discrete mathematics. Hafifah loves discrete mathematics. Therefore she spends at least one hour to study discrete mathematics.

*Jika Hafifah suka matematik diskrit, maka dia akan meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk belajar matematik diskrit. Hafifah suka matematik diskrit. Oleh itu, dia akan meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk belajar matematik diskrit.*

[3 marks]

[3 markah]

- iii. If Hafifah loves discrete mathematics, then she gets an A in her final exam. Hafifah does not get an A in her final exam. Therefore she does not love discrete mathematics.

*Jika Hafifah suka matematik diskrit, maka dia mendapat A dalam peperiksaan akhir. Hafifah tidak mendapat A dalam peperiksaan akhir.*

*Oleh itu, dia tidak suka matematik diskrit.*

[3 marks]

[3 markah]

- iv. Hafifah loves discrete mathematics. Therefore Hafifah loves discrete mathematics or she spends at least one hour to study discrete mathematics.

*Hafifah suka matematik diskrit. Oleh itu Hafifah suka matematik diskrit*

atau dia meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk belajar matematik diskrit.

[3 marks]

[3 markah]

- v. If Hafifah loves discrete mathematics, then she spends at least one hour to study discrete mathematics. If Hafifah spends at least one hour to study discrete mathematics, then she gets an A in her final exam. Therefore if Hafifah loves discrete mathematics, then she gets an A in her final exam.

*Jika Hafifah suka matematik diskrit, maka dia akan meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk belajar matematik diskrit. Jika Hafifah meluangkan masa sekurang-kurangnya satu jam untuk belajar matematik diskrit maka dia mendapat A dalam peperiksaan akhir. Oleh itu, jika Hafifah suka matematik diskrit, maka dia mendapat A dalam peperiksaan akhir.*

[3 marks]

[3 markah]

## QUESTION 2

### SOALAN 2

CLO3  
C2

- a) List all the elements in the following sets:

*Senaraikan kesemua elemen bagi set-set yang berikut:*

i.  $P = \{x : 5 \leq x \leq 12, x \text{ is an integer}\}$  [2 marks]

$P = \{x : 5 \leq x \leq 12, x \text{ ialah integer}\}$  [2 markah]

ii.  $Q = \{y : y \text{ is a prime number which is less than } 20\}$  [2 marks]

$Q = \{y : y \text{ ialah nombor perdana kurang daripada } 20\}$  [2 markah]

iii.  $R = \{z : z \text{ is a multiple of } 3 \text{ between } 61 \text{ and } 76\}$  [2 marks]

$R = \{z : z \text{ ialah�andaan bagi } 3 \text{ di antara } 61 \text{ dan } 76\}$  [2 markah]

- b) Given that the universal set  $\xi = \{x : 12 \leq x \leq 25, x \text{ is an integer}\}$ ,  
set  $P = \{13, 15, 16, 18\}$ ,  
set  $Q = \{x : x \text{ is a prime number}\}$  and  
set  $R = \{x : x \text{ is an odd number}\}$ . Find the elements of the set  $(P \cup Q)' \cap R$ .  
*Diberi set semesta  $\xi = \{x : 12 \leq x \leq 25, x \text{ ialah integer}\}$ ,*  
set  $P = \{13, 15, 16, 18\}$ ,  
set  $Q = \{x : x \text{ ialah nombor perdana}\}$  dan  
set  $R = \{x : x \text{ ialah nombor ganjil}\}$ . Cari elemen bagi set  $(P \cup Q)' \cap R$ .

[4 marks]

[4 markah]

CLO3  
C3

- c) Given that the relation,  $R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4)\}$  is  
on  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .

*Diberi hubungan  $R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4)\}$  di atas  
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .*

- i. Draw the directed graph of the relation. [2 marks]  
*Lukiskan graf berarah bagi hubungan tersebut.* [2 markah]
- ii. Determine whether the relation is an equivalence relation or not.  
*Tentukan samada hubungan tersebut adalah hubungan kesetaraan  
ataupun tidak.*

[4 marks]

[4 markah]

- d) Based on Figure 2(d), determine whether the function is one to one or onto  
function. Give reason to your answer.

*Berdasarkan Rajah 2(d), tentukan samada ianya adalah fungsi satu ke satu  
atau fungsi keseluruhan. Berikan alasan untuk jawapan anda.* [2 marks]

[2 markah]

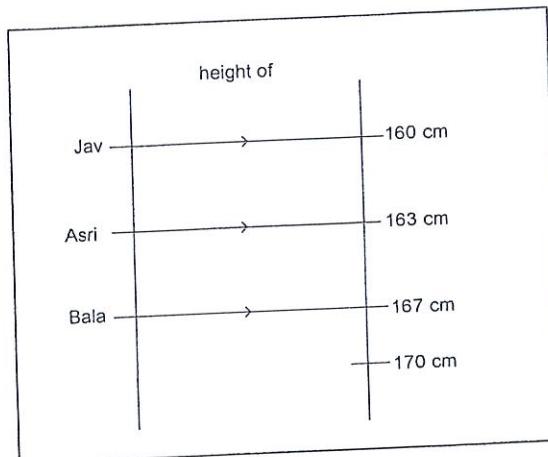


Figure 2(d)/Rajah 2(d)

- e) Given that  $k(x) = \frac{5-2x}{2-x}$ ,  $x \neq 2$ . Find  $k^{-1}(3)$ .

Diberi  $k(x) = \frac{5-2x}{2-x}$ ,  $x \neq 2$ . Cari  $k^{-1}(3)$ . [7 marks]

[7 markah]

### QUESTION 3

#### SOALAN 3

CLO2  
C1

- a) State the suitable graph terminology for each of the following statements.

*Nyatakan istilah yang sesuai bagi setiap pernyataan-pernyataan berikut.*

i. A vertex of degree zero [1 marks]

*Bucu darjah kosong* [1 markah]

ii. A graph without any loop and parallel edges. [1 marks]

*Graf tanpa sebarang gelung dan sisi selari* [1 markah]

iii. A graph with numbers on the edges. [1 marks]

*Graf dengan nombor pada sisi* [1 markah]

iv. A circuit started and ended at the same vertex and visited each edge only once.

*Litar yang bermula dan berhenti pada bucu yang sama dan melalui setiap sisi sekali sahaja.*

[1 marks]

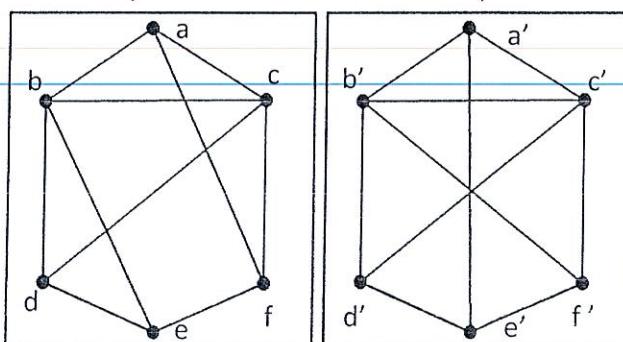
[1 markah]

- CLO2 C2 b) Identify whether a complete graph of  $K_4$  is a planar or not.  
*Kenal pasti sama ada graf lengkap bagi  $K_4$  adalah planar atau tidak* [2 marks]

[2 markah]

- CLO2 C2 c) Referring to Figure 3(c), determine whether Graph A is isomorphic to Graph B or not. Explain your answer by giving three reasons.  
*Rujuk Rajah 3(c), tentukan sama ada Graf A adalah isomorphic kepada Graf B atau tidak. Terangkan jawapan anda dengan memberi tiga sebab.* [4 marks]

[4 markah]



Graph A

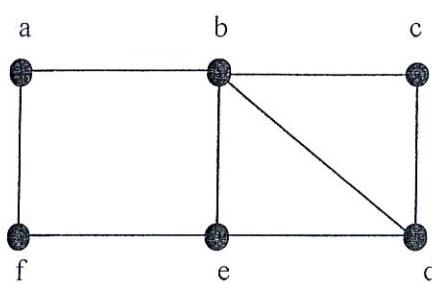
Graph B

Figure 3(c)/ Rajah 3(c)

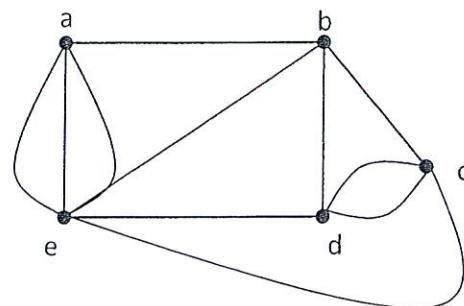
CLO2  
C3

- d) Answer the following questions based on the graph in Figure 3(d) below:

*Jawab soalan berikut berdasarkan graf dalam Rajah 3(d) di bawah:*



G



H

Figure 3(d)/ Rajah 3(d)

- i. Which of the graphs has an Euler circuit? Explain your answer.  
*Graf yang manakah mempunyai litar Euler? Jelaskan jawapan anda.* [3 marks]

[3 markah]

- ii. Determine whether graph G has Euler path or not. Construct the path if it exist. Give a reason if there is no Euler path.

*Tentukan samada graf G mempunyai laluan Euler atau tidak. Bina laluan tersebut sekiranya wujud. Nyatakan sebab sekiranya tiada laluan Euler.*

[4 marks]

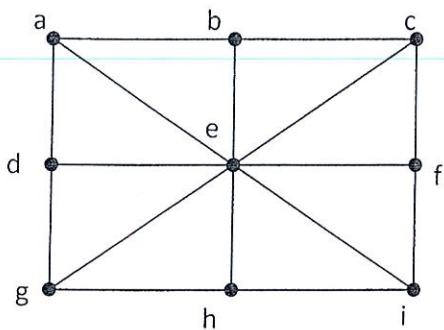
[4 markah]

CLO2  
C3

- e) Determine whether the given graph in Figure 3(e) has a Hamilton circuit or not. Construct the circuit if exist. If no Hamilton circuit exist, determine whether the graph has a Hamilton path or not. Construct the path if exist.

*Tentukan sama ada graf yang diberi dalam Rajah 3(e) adalah litar Hamilton atau tidak. Bina satu contoh litar jika wujud. Jika litar Hamilton tidak wujud, tentukan sama ada graf tersebut adalah laluan Hamilton atau tidak. Bina satu contoh laluan jika wujud.*

i.



[4 marks]

[4 markah]

ii.

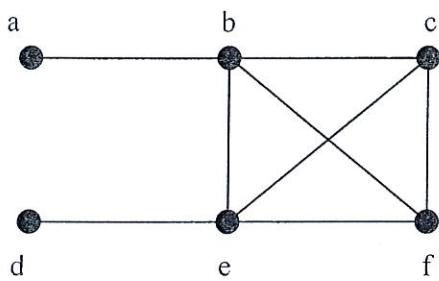


Figure 3(e)/ Rajah 3(e)

[4 marks]

[4 markah]

**SECTION B : 50 MARKS****BAHAGIAN B : 50 MARKAH****INSTRUCTION:**

This section consists of **THREE (3)** questions. Answer **TWO (2)** questions only.

**ARAHAN :**

Bahagian ini mengandungi **TIGA (3)** soalan. Jawab **DUA (2)** soalan sahaja.

**QUESTION 4****SOALAN 4**

CLO2  
C1

- a) Answer the questions based on the rooted tree as illustrated in Figure 4 (a).

*Jawab soalan berdasarkan pohon berakar seperti ilustrasi pada Rajah 4(a).*

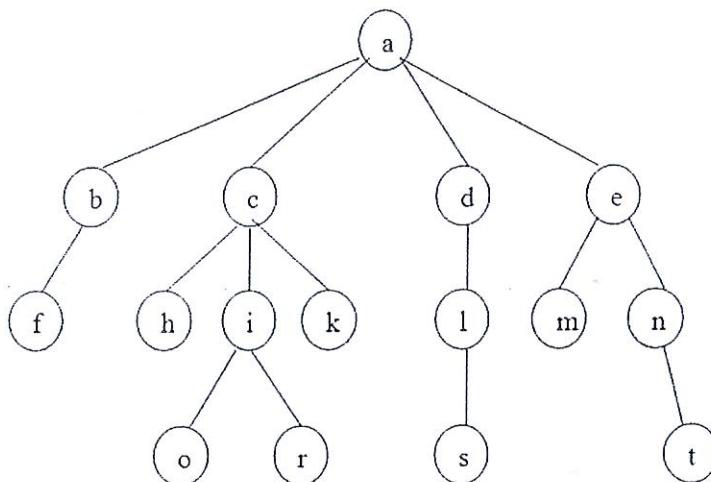


Figure 4(a) / Rajah 4(a)

- i- Which vertex is the parent of m?

[1 mark]

*Bucu manakah ibu bapa kepada m?*

[1 markah]

- ii- Which vertices are the descendants of d?

[1 mark]

*Bucu manakah keturunan kepada d?*

[1 markah]

- iii- Which vertices are siblings of h?

[1 mark]

*Bucu manakah adik-beradik kepada h?*

[1 markah]

iv- Which vertices are the ancestors of t?

[1 mark]

Bucu manakah nenek moyang kepada t?

[1 markah]

CLO2  
C2

- b) Based on the ordered rooted tree in Figure 4(b), determine the order in which a pre-order, in-order and post order traversals visit the vertices.

[6 marks]

*Berdasarkan pohon susunan berakar pada Rajah 4(b), tentukan cara penyusuran sama ada pra-tertib, dalam-tertib dan pasca-tertib untuk melewati setiap bucu.*

[6 markah]

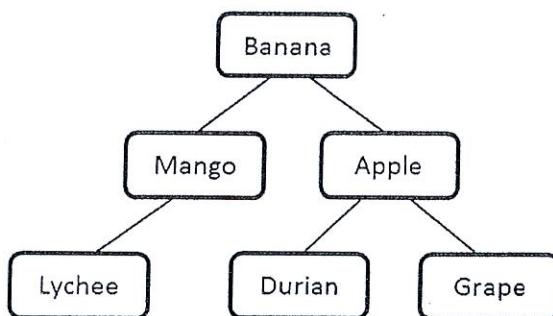


Figure 4(b) / Rajah 4 (b)

CLO2  
C3

- c) Figure 4 (c) below is a weighted graph. Based on the graph:

*Rajah 4(c) di bawah adalah graf berpemberat. Berdasarkan graf tersebut:*

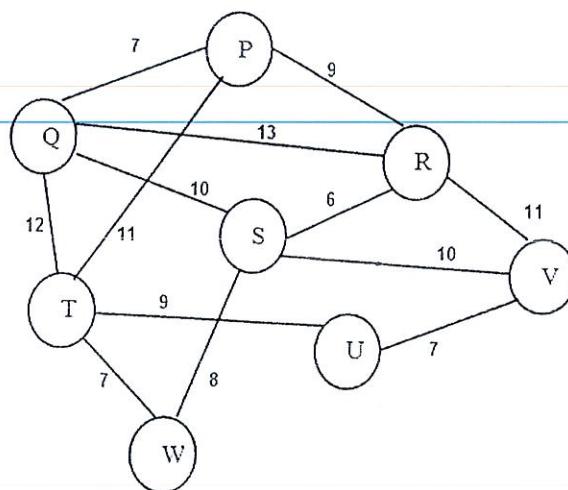


Figure 4(c) / Rajah 4 (c)

- i. Draw the minimum spanning tree using Prim's Algorithm. (start at P)  
*Lukiskan pohon merentang minimum menggunakan algoritma Prim.*  
*(bermula pada P)* [5 marks]  
*[5 markah]*
- ii. Calculate the shortest path. [2 marks]  
*Hitung jarak terpendek.* [2 markah]
- d) Build a binary search tree for the following sets of words.  
*Bina pohon carian dedua bagi set perkataan berikut.*
- i- Mexico, China, India, Singapore, Vietnam, Britain, Italy, Liberia.  
*Mexico, China, India, Singapura, Vietnam, Britain, Itali, Liberia* [4 marks]  
*[4 markah]*
- ii- Relation, Induction, Graph, Logic, Counting, Tree, Recursion, Function.  
*Hubungan, Induksi, Graf, Logik, Mengira, Pokok, Rekursi, Fungsi.* [4 marks]  
*[4 markah]*

### QUESTION 5 SOALAN 5

CLO3  
C2

- a) i.  $f$  is defined recursively by  

$$f(0) = 1 \text{ for } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$f(n+1) = 3f(n).$$
Find  $f(1), f(2), f(3), f(4)$  and  $f(5)$ .

*Diberi  $f$  ditakrif dengan rekursif*  

$$f(0) = 1, \text{ untuk } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$f(n+1) = 3f(n).$$

Cari  $f(1), f(2), f(3), f(4)$  dan  $f(5)$

[5 marks]

[5 markah]

- ii. Define  $n!$  recursively and compute  $3!$ .

Takrifkan  $n!$  secara rekursif dan kira  $3!$ .

[5 marks]

[5 markah]

CLO3  
C3

- b) i. Prove that  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ .  
Buktikan  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ .

[7 marks]

[7 markah]

- ii. Show that  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$ ,  $n \geq 1$  by using mathematical induction.

Tunjukkan bahawa  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$ ,  $n \geq 1$   
dengan menggunakan aruhan matematik.

[8 marks]

[8 markah]

## QUESTION 6

### SOALAN 6

CLO 1  
C2

- a) i. A movie theater sells 3 sizes of popcorn (small, medium, and large) with 3 choices of flavors (strawberry, butter, chocolate). How many possible ways a bag of popcorn can be purchased?

Sebuah pawagam menjual 3 saiz popcorn (kecil, sederhana, dan besar)  
dengan 3 pilihan perisa (strawberi, mentega, coklat). Berapa banyakkah cara  
yang mungkin bagi satu beg bertih jagung dengan perisa yang berbeza boleh  
dibeli?

[3 marks]

[3markah]

- ii. The ice cream shop offers 31 flavors. You order a double-scoop cone. In how many different ways can the seller put the ice cream on the cone if you want two different flavors?

SULIT

Kedai ais krim menawarkan 31 perisa aiskrim. Anda ingin membeli dua ceduk aiskrim di dalam satu kon. Ada berapa banyakkah cara bagi penjual meletakkan ais krim pada kon jika anda mahu dua perisa yang berbeza diletakkan?

[4 marks]

[4 markah]

iii. Burger Queen offers 4 types of burgers, 5 types of beverages, and 3 types of desserts. If a meal consists of 1 burger, 1 beverage and 1 dessert, how many possible meals can be chosen?

Burger Queen menawarkan 4 jenis burger, 5 jenis minuman, dan 3 jenis pencuci mulut. Jika satu set hidangan terdiri daripada 1 burger, 1 minuman dan 1 pencuci mulut, berapa banyakkah set hidangan yang mungkin boleh dipilih?

[3 marks]

[3 markah]

CLO 3  
C3 b) You are considering 10 different colleges. Before you decide to apply to the colleges, you want to visit some or all of them. How many orders can you visit: *Anda sedang mempertimbangkan 10 kolej yang berbeza. Sebelum anda membuat keputusan untuk memohon kolej tersebut, anda ingin melawat beberapa atau kesemua kolej tersebut. Berapa banyak aturankah anda boleh melawat:*

i. 6 of the colleges [4 marks]

[4 markah]

6 kolej ?

ii. all 10 colleges? [3 marks]

[3 markah]

Kesemua 10 kolej ?

CLO 3  
C3 c) A group of 4 students is to be selected from a group of 10 students to take part in a class in biology.

SULIT

*Sekumpulan 4 orang pelajar akan dipilih daripada sekumpulan 10 pelajar untuk mengambil bahagian di dalam kelas biologi.*

- i. In how many ways can this be done?

*Berapa banyakkah cara ini boleh dilakukan?*

[4 marks]

[4 markah]

- ii. In how many ways can the group that will not take part be chosen?

*Berapa banyak cara pula kumpulan yang tidak akan mengambil bahagian dipilih?*

[4 marks]

[4 markah]

### **SOALAN TAMAT**

## FORMULA

RULES OF INFERENCE					
No.	Name	Rule of Inference	No.	Name	Rule of Inference
1.	Addition	$\frac{p}{\therefore p \vee q}$	4.	Disjunctive Syllogism	$\frac{\sim q}{\therefore p}$
2.	Modus Tollens	$\frac{p \rightarrow q}{\sim q}$ $\frac{\sim q}{\therefore \sim p}$	5.	Hypothetical Syllogism	$\frac{p \rightarrow q}{p \rightarrow r}$ $\frac{q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$
3.	Modus Ponens	$\frac{p \rightarrow q}{p}$ $\frac{p}{\therefore q}$			

### DE MORGAN'S LAW

#### For Basic Logic

1.  $\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$
2.  $\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$

#### For Set

1.  $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$
2.  $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

### PERMUTATION WITHOUT REPETITION

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

### COMBINATION WITHOUT REPETITION

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

### PERMUTATION WITH REPETITION

$$P(n, r) = n^r$$

### COMBINATION WITH REPETITION

$$C(n, r) = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$$